Квантовая механика. Физический факультет, 4 курс, 7 семестр.

Занятие №16. ***Спин.***

1. Проверка д/з. Оценить в квазиклассическом приближении коэффициент прозрачности прямоугольного барьера

$$U(x)=\begin{cases}0, & x<0;\, x>a;\\ U_0, & 0<x<a.\end{cases}$$

Указать критерий применимости полученного результата.

2. В квантовой механике элементарной частице приписывается некоторый «собственный» момент, не связанный с ее движением в пространстве. Собственный механический момент квантовой частицы называют спином. Оператор спина $\hat{\vec{S}}$ обладает общими свойствами квантовомеханического момента, то есть удовлетворяет таким же коммутационным соотношениям, что и оператор орбитального момента $\hat{\vec{l}}$:

$$[\hat{S}_i,\hat{S}_j]=i\varepsilon_{ijk}\hat{S}_k;\quad [\hat{\vec{S}}^2,S_j]=0;\quad i,j,k=x,y,z,$$

ε_{ijk} – символ Леви-Чивита. Существуют частицы с целым (бозоны) и полуцелым (фермионы) спином.

СЗ $\hat{\vec{S}}^2$ $\quad \lambda_{S^2}=S(S+1);$

СЗ $\hat{S}_z$ $\quad \lambda_{S_z}=S_z=-S,-S+1,\dots,S-1,S$ ($2S+1$ различных значений)

$S=0,\dfrac{1}{2},1,\dfrac{3}{2},2,\dots.$

Полная волновая функция частицы со спином $\Psi(\vec{r},\sigma,t)$ зависит от дискретной спиновой переменной σ. В качестве спиновой переменной можно выбрать S_z – величину проекции спина на ось *z*. Волновая функция частицы со спином S имеет $2S+1$ компонент.

2.1. Оператор спина можно представить в матричной форме. Для спина $S=1/2$ это двухрядные матрицы Паули

$$\hat{\vec{S}}=\frac{1}{2}\hat{\vec{\sigma}},$$

$$\hat{\vec{\sigma}}=\left(\hat{\sigma}_x,\hat{\sigma}_y,\hat{\sigma}_z\right);\ \hat{\sigma}_x=\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\ \hat{\sigma}_y=\begin{pmatrix}0&-i\\i&0\end{pmatrix},\ \hat{\sigma}_z=\begin{pmatrix}1&0\\0&-1\end{pmatrix}.$$

Напомним, что свойства матриц Паули изучались на занятиях № 3 и № 4 в прошлом семестре.

<u>Задача 1.</u> Для частицы со спином $S = 1/2$ найти СФ и СЗ спиновых операторов $\hat{S}_j \; j = x, y, z$. (ГКК № 5.1)

<u>Задача 2.</u> Доказать формулы

$$\left(\vec{a} \cdot \hat{\vec{S}}\right)^2 = \frac{a^2}{4}; \quad \left(\hat{\vec{S}} \cdot \vec{a}\right)\left(\hat{\vec{S}} \cdot \vec{b}\right) = \frac{1}{4}\vec{a} \cdot \vec{b} + \frac{i}{2}\hat{\vec{S}} \cdot \left(\vec{a} \times \vec{b}\right).$$

3. Самостоятельная работа (~ 20 минут). Работа состоит их двух заданий, максимальная оценка – **<u>5 баллов</u>**.

<u>Домашнее задание</u> ГКК 5.2- 5.4.

ГКК - Галицкий Е.М., Карнаков Б.М., Коган В.И. Задачи по квантовой механике, 1981; ЛЛ – Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика

Доп.лит: Флюгге З. Задачи по квантовой механике. Т.1, Т.2. 1974